



Universidad Simón Bolívar  
Departamento de Matemáticas  
Puras y Aplicadas

Matemáticas 1 (MA-1111)  
1<sup>er</sup> Examen Parcial (30%)  
Ene-Mar 2022  
Tipo Único

**MA1111-Matemáticas I**  
**1er. Examen Parcial (30%)**

1. **(1 punto c/u)** Diga y explique cuáles de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa como enunciado matemático:

a) Si  $a, b, c \in \mathbb{R}$  son arbitrarios y cumplen con  $ab^2 = ac^2$ , entonces  $b = c$ .

b) Si  $f$  está definida por  $f(x) = \sqrt{-x^2}$ , entonces el dominio de  $f$  consta solamente de un punto.

2. **(6 puntos)** Dos puntos  $A$  y  $B$  sobre la parábola  $y = f(x) = x^2$  tienen la forma  $A = (-a, a^2)$  y  $B = (b, b^2)$ , para  $a, b$  positivos. Al graficar luego la parábola (conteniendo dichos puntos  $A, B$ )  $y = g(x) = x^2 - 4$ , se generan los puntos  $A' = (-a, 5)$  y  $B' = (b, -3)$ . Hallar los valores de  $a$  y  $b$ , y construir luego la circunferencia cuyo diámetro es el segmento  $AB$ .

3. **(6 puntos)** Resolver la desigualdad

$$\frac{x + |2x - 3|}{|x - 1|} \leq 2$$

dando la solución en forma de unión o intersección de intervalos.

4. **(6 puntos)** Sean  $f, g$  y  $h$  definidas por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & \text{si } x > 0 \\ x & \text{si } x \leq 0 \end{cases}; g(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \geq 0 \\ -\sqrt{-x} & \text{si } x < 0 \end{cases} \quad \text{y } h(x) = -\frac{1}{|x|} \text{ si } x \neq 0$$

Determinar la fórmula explícita de la función  $(f \circ (g \cdot h))(x) = f(g(x)h(x))$  y esbozar su gráfico.

5. **(10 puntos)** Sean  $f: [A, B] \rightarrow \mathbb{R}$  y  $g: [a, b] \rightarrow [A, B]$  funciones, con  $g$  invertible en todo  $[a, b]$ .

a) Si  $h(x) = f(g(x))$ , demostrar que  $f(y) = h(g^{-1}(y))$ .

b) Si

$$f\left(\frac{5x+3}{2}\right) = \begin{cases} \sqrt{\frac{5x-1}{2}} & \text{si } x \geq \frac{1}{5} \\ \frac{1}{(1-5x)^2} & \text{si } x < \frac{1}{5} \end{cases}$$

hallar la fórmula explícita de  $f(x)$  (Sugerencia: si  $g(x) = \frac{5x+3}{2}$ , hallar su inversa, y usar el inciso (a)).